

ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ РОЗДІЛУ 4

До § 22

1 1. Укажіть дійсну частину та коефіцієнт уявної частини комплексного числа:

- 1) $3 - i$; 2) 12 ; 3) $4 + 3i$; 4) $19i$;
5) $i - 11$; 6) $3i + 2$; 7) $-8i$; 8) 0 .

2. При яких значеннях x і y будуть між собою рівними комплексні числа:

- 1) $6 + 3i$ та $2x + (2y - 1)i$; 2) $5x + y + (x + y)i$ та $7 + 3i$;
3) $4x + \frac{i}{8}$ та i ; 4) 0 та $x - y + (x + y)i$?

3. Подайте геометричну інтерпретацію комплексного числа як точки на одному малюнку та як вектора – на іншому:

- 1) $2 + i$; 2) $4i$; 3) $-3 - 2i$; 4) 5 ;
5) $-3i$; 6) -2 ; 7) $1 - 5i$; 8) $-1 + 3i$.

4. Для чисел z_1 і z_2 обчисліть їх суму $z_1 + z_2$ та різницю $z_1 - z_2$, якщо:

- 1) $z_1 = 3 + 2i$; $z_2 = 3 - i$; 2) $z_1 = 4 + 2i$; $z_2 = -4 - 2i$;
3) $z_1 = 2i - 1$; $z_2 = 2i + 1$; 4) $z_1 = 4i - 1$; $z_2 = 3i + 2$.

5. Знайдіть значення виразу:

- 1) $(7 - 3i) + (2 + 3i) - (4 - i)$; 2) $(2 + 3i) - (2 - 3i) - (1 - i)$.

6. Обчисліть добуток:

- 1) $4i \cdot i$; 2) $(-9i) \cdot 3i$; 3) $2i(1 + 3i)$;
4) $(3 + i)(1 - i)$; 5) $(4 + 3i)(2 - i)$; 6) $(-1 + 2i)(3 - i)$.

7. Знайдіть відстань між точками комплексної площини, що відповідають числам:

- 1) $2i$ та $1 + 2i$; 2) $4 - 3i$ та 8 .

2 8. Обчисліть частку:

- 1) $\frac{2 + 3i}{i}$; 2) $\frac{8 - 12i}{4i}$; 3) $\frac{i}{1 - i}$;
4) $\frac{4 + 5i}{2 + i}$; 5) $\frac{2i - 3}{3 - i}$; 6) $\frac{m - ni}{m + ni}$.

9. Знайдіть модуль вектора, що відповідає комплексному числу:

- 1) $5i$; 2) $5 - 12i$;
3) $3 + i$; 4) $2 - 3i$.

10. Розв'яжіть рівняння:

- 1) $4ix = 2i - 1$; 2) $(3 + i)x = 7i$;
3) $-2ix = 4i + 1$; 4) $(2 - i)x = 4 + i$.

11. При якому значенні a , $a \in R$, число $az_1 + z_2$ є дійсним, а при якому – суто уявним, якщо:

- 1) $z_1 = 4 + 2i$, $z_2 = 2 - i$;
2) $z_1 = (2 - i)^2$, $z_2 = 4i$.

12. Позначте на координатній площині точки M і N , що відповідають числам z_1 і z_2 . Обчисліть довжину сторін трикутника MNO , де O – початок координат, якщо:

$$1) z_1 = -3 + 4i, z_2 = \bar{z}_1; \quad 2) z_1 = 6 - 8i, z_2 = -\frac{100}{z_1}.$$

Обчисліть (13–15):

$$13. 1) (3 + 4i)(1 - i)(5 + 2i); \quad 2) (2 - i)(3 - i)(10 - i).$$

$$14. 1) i^2 - i^3 - i^4 - i^5; \quad 2) i^{21} - \frac{1}{i^{13}} + i^{2022}.$$

$$15. 1) \left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{2} \right)^2; \quad 2) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}i \right)^2;$$

$$3) \left(\frac{10}{\sqrt{3} + i} \right)^2; \quad 4) (\sqrt{3} - i\sqrt{2})^2.$$

16. При якому значенні a числа $(5a + 1) + (a^2 + 1)i$ та $(a^2 - 1) + (a - 1)i$ є протилежними?

17. При яких дійсних значеннях x і y числа $(2x - 3y) + 5yi$ та $(3 + 2x) + (x - 5y)i$ є протилежними?

18. При якому значенні a числа $3a - a^2i$ та $a + 2 + i$ є спряженими?

19. При яких значеннях x і y числа $(x + y) + 5i$ та $(2y - x) + (x - 3y)i$ є спряженими?

20. Знайдіть $z\bar{z}$, $\frac{z}{\bar{z}}$ та $\frac{\bar{z}}{z}$, якщо:

$$1) z = 4i; \quad 2) \bar{z} = -3i; \quad 3) z = 2 + i; \quad 4) \bar{z} = 1 - 3i.$$

21. Дано: $z_1 = 3 + i$; $z_2 = 1 - i$. Обчисліть:

$$1) \frac{z_1}{z_2}; \quad 2) \frac{z_2}{z_1}; \quad 3) \frac{z_1^2}{(\bar{z}_2)^2}; \quad 4) \frac{z_2^2}{(\bar{z}_1)^2}; \quad 5) \frac{(\bar{z}_1)^2}{z_2}; \quad 6) \frac{(\bar{z}_2)^2}{z_1}.$$

22. Зобразіть на координатній площині множину всіх комплексних чисел z , що задовольняють умову:

1) уявна частина дорівнює i або $-3i$;

2) дійсна частина дорівнює 3 ;

3) $\operatorname{Re} z = 2$ або $\operatorname{Im} z = -1$;

4) $\operatorname{Im} z = (\operatorname{Re} z)^2$.

23. Знайдіть усі дійсні значення x , при яких суто уявним є число:

$$1) x^2i + 9 - 3xi - x^2; \quad 2) 1 + x^2i - x^3 - i.$$

24. Обчисліть:

$$1) (1 + 3i)(4 - i) + (1 - 3i)(4 + i); \quad 2) (2 + i)^2(2 - i)^2;$$

$$3) (1 + 3i)^2 - (1 - 3i)^2; \quad 4) (3 + 2i)^2(1 - i);$$

$$5) \frac{2-i}{2+i} - \frac{2+i}{2-i};$$

$$6) \frac{4+i}{4-i} + \frac{4-i}{4+i};$$

$$7) \frac{5+i}{1-2i} - \frac{5-i}{1+2i};$$

$$8) \frac{7+2i}{1+i} + \frac{7-2i}{1-i}.$$

3 25. Обчисліть:

$$1) (2-2i)^4; \quad 2) (2-i)^3; \quad 3) \left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^3; \quad 4) (1-i)^6 - (1+i)^6.$$

26. (a_n) – арифметична прогресія, у якій $a_1 = 4 - 3i$, а $d = 1 + i$.
Знайдіть: 1) a_{17} ; 2) S_{40} .

27. Розв'яжіть рівняння:

$$1) (1-i)^4 z = (1+i)^3; \quad 2) (1+i)^2 z = (2+i)^4.$$

28. Обчисліть:

$$1) \frac{(1+3i)(1-3i)}{(1-i)^3};$$

$$2) \frac{1+i}{1-i} : \frac{1}{7+i};$$

$$3) \frac{1}{(1+i)^6};$$

$$4) (3-i)^4 - (3+i)^4;$$

$$5) \frac{(2-i)(1-i)}{2+i} - \frac{(1+i)(2+i)}{1-i};$$

$$6) \frac{(3+i)^2}{1-i} + \frac{(3-i)^2}{1+i}.$$

29. Знайдіть значення виразу:

$$1) \left(\frac{1+i}{2}\right)^4 + \left(\frac{1-i}{2}\right)^4; \quad 2) \frac{(5+i)^3 - (5-i)^3}{(5+i)^2 - (5-i)^2};$$

$$3) \frac{1-i^{2002}}{(1+i)^{10}};$$

$$4) \frac{(1+i)^8 - (1-i)^8}{(1+i)^8 \cdot (1-i)^8}.$$

30. Розв'яжіть рівняння на множині комплексних чисел:

$$1) x^2 + 81 = 0; \quad 2) 25x^2 + 1 = 0.$$

31. Скоротіть дріб:

$$1) \frac{\sqrt{b} - 3i}{b + 9};$$

$$2) \frac{p^2 + 25b^2}{p + 5bi}.$$

32. Знайдіть таке значення z , що:

$$1) z^2 = 5 + 12i;$$

$$2) z^2 = 2i.$$

33. Дано: $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3i - 2$. Знайдіть:

$$1) \frac{z_1 - z_2}{\bar{z}_1};$$

$$2) \frac{(z_1 + z_2)^2}{\bar{z}_1 - \bar{z}_2};$$

$$3) \frac{z_2}{z_2 + \bar{z}_1};$$

$$4) \frac{z_2 - 2\bar{z}_1}{(\bar{z}_2 + z_1)^3}.$$

4 34. Обчисліть:

$$1) \frac{3i - 2}{(2 + 3i)(8 + i)} + \frac{(2 - i)^4 \cdot i^6}{(3 - 4i)(8 - i)};$$

$$2) \frac{93 - 36i}{325} + \frac{(1 + 2i)^4}{(3 - 4i)(24 - 7i)} + \frac{2i^{12} - 3i^5}{(2 - 3i)^2}.$$

До § 23

1 35. Серед даних комплексних чисел укажіть ті, які записано у тригонометричній формі:

1) $4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{9}\right) + i\sin\frac{\pi}{9}\right);$ 2) $21\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right);$

3) $12\left(-\cos\frac{\pi}{18} + i\sin\frac{\pi}{18}\right);$ 4) $-\left(\cos\frac{\pi}{15} + i\sin\frac{\pi}{15}\right).$

36. Знайдіть модуль комплексного числа:

1) $-3 + 4i;$ 2) $2;$ 3) $-3i;$ 4) $2\sqrt{2} - i;$

5) $-6;$ 6) $i;$ 7) $5 + 12i;$ 8) $-4 + i.$

37. Знайдіть аргумент комплексного числа:

1) $-1 - i;$ 2) $-3i;$ 3) $4;$ 4) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i;$

5) $-11i;$ 6) $5 - 5i;$ 7) $-\sqrt{3} + i;$ 8) $6i.$

38. Запишіть в алгебраїчній формі число:

1) $12\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right);$ 2) $8\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right);$

3) $6\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right);$ 4) $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right).$

2 39. Знайдіть модуль комплексного числа:

1) $-i(i - 1);$ 2) $(1 - i)(3 + i);$ 3) $\frac{7}{i};$ 4) $-\frac{i - 1}{i}.$

40. Запишіть комплексне число у тригонометричній формі:

1) $1 + i\sqrt{3};$ 2) $-7 + 7i;$ 3) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i;$ 4) $\sqrt{3} - i.$

41. Виконайте множення:

1) $7\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) \cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right);$

2) $\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right).$

42. Виконайте ділення:

1) $\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) : \left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right);$ 2) $\frac{15(\cos\pi + i\sin\pi)}{3\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)}.$

43. Обчисліть:

1) $\left(\cos\frac{\pi}{18} + i\sin\frac{\pi}{18}\right)^9;$ 2) $\left(2\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right)\right)^8.$

44. Подайте в алгебраїчній формі комплексне число:

1) $\frac{1}{\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}}$; 2) $\frac{1}{\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{4}\right)}.$

45. При яких значеннях параметра a модуль даного комплексного числа дорівнює 15:

1) $9 + ai$; 2) $-ai$;
3) $a + 2ai$; 4) $(a - 3) + (a + 3)i$?

46. Зобразіть на площині множину всіх комплексних чисел, аргумент яких дорівнює:

1) $-\frac{\pi}{4}$; 2) $-\frac{2\pi}{3}$; 3) $\frac{\pi}{3}$ або $-\frac{\pi}{3}$; 4) $-\frac{\pi}{2}$ або $\frac{\pi}{6}$.

47. Зобразіть на площині множину всіх комплексних чисел, аргумент яких більший за $\frac{\pi}{2}$, але менший за $\frac{5\pi}{6}$.

48. Запишіть число $z = \sqrt{3} + i$ у тригонометричній формі та знайдіть аргумент числа:

1) z^2 ; 2) z^3 ; 3) z^4 ;
4) z^{20} ; 5) z^{101} ; 6) z^{2021} .

3 49. Запишіть у тригонометричній формі число:

1) $-\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}$; 2) $2 \left(\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4} \right).$

50. Виконайте дію за правилом множення і ділення комплексних чисел у тригонометричній формі:

1) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \cdot (-10 + 10i)$;
2) $(6\sqrt{3} - 6i) : \left(2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right) \right)$.

51. Обчисліть:

1) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)^{20}$; 2) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{27}.$

52. Дано: $z_1 = \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$, $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$. Знайдіть $(z_1 z_2)^{12}$.

53. Знайдіть усі значення для:

1) $\sqrt[6]{64}$; 2) $\sqrt[4]{-4}$.

54. Зобразіть на площині множину всіх точок z , що задовольняють умову:

1) $|z + 3| = 3$; 2) $|z - 2 + i| = 4$; 3) $|z + 3i| > 3$;
4) $|z - 1| \leq 5$; 5) $|z - 2| = |z + 4|$; 6) $|z + i| = |z + 1 - 5i|.$

55. Зобразіть на площині множину всіх чисел z , що задовольняють умови:

1) $\frac{\pi}{4} < \arg z < \pi$; $|z| = 4$; 2) $-\frac{\pi}{2} < \arg z < 0$; $2 \leq |z| \leq 4$.

56. Знайдіть найменше і найбільше значення $|z|$, якщо $z = 3 \sin \alpha + i \cos \alpha$, $0 \leq \alpha \leq 2\pi$.

4 57. Подайте комплексне число у тригонометричній формі:

1) $\sin 35^\circ - i \cos 35^\circ$;

2) $\sin(-25^\circ) + i \cos(-25^\circ)$;

3) $\sin \frac{4\pi}{7} + i \left(1 - \cos \frac{4\pi}{7}\right)$;

4) $1 - \cos 2\alpha + i \sin 2\alpha$, де $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

58. Знайдіть усі значення виразу $\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3}i}$.

59. Знайдіть модуль комплексного числа z , якщо:

1) $z = \frac{(-3 + 4i)^4}{(5(\cos 0, 2\pi - i \sin 0, 2\pi))^2}$;

2) $z = \frac{(2(\sin 0, 9\pi + i \cos 0, 9\pi))^6}{(\sqrt{3} - i)^8}$.

60. Якого найменшого значення набуває $|z|$, якщо $|z - 3i - 4| = 3$?

61. Серед чисел z знайдіть число з найменшим модулем, якщо z задовольняє умову:

1) $|z + 4i| = |z|$;

2) $|z + 4 + 4i| = |z|$.

62. Серед чисел z знайдіть числа з найбільшим і найменшим модулями, якщо z задовольняє умову:

1) $|z - 10i| \leq |8 - 6i|$;

2) $\left|z - \frac{5}{i}\right| \leq \frac{(1+i)^3}{1-i}$.

 63. Розв'яжіть рівняння:

1) $4|z| + iz = 12$;

2) $|z| + \bar{z} = 2 - 4i$.

До § 24

1 64. Чи є коренем многочлена $x^3 - 7x - 6$ число:

1) -3 ; 2) -2 ; 3) -1 ; 4) 1 ; 5) 2 ; 6) 3 ?

65. Укажіть кратність кожного дійсного кореня многочлена $P(x)$, який тотожно дорівнює виразу

1) $(x + 3)^6$;

2) $x(x + 1)(x - 2)^3$;

3) $(x - 1)^4(x + 1)^2(x - 2)$;

4) $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4)$;

5) $(2x + 1)^3(3x - 1)(x^2 + 9)$;

6) $(2x - 5)^2 x^7 (x^4 + 1)$.

66. Розкладіть на незвідні множники на множині дійсних чисел многочлен $P(x)$, якщо:

1) $P(x) = 16 - x^2$;

2) $P(x) = x^2 + 2x + 1$;

3) $P(x) = x^3 - 25x$;

4) $P(x) = 2x^2 + x - 10$;

5) $P(x) = x^3 + 8$;

6) $P(x) = 64x^3 - 1$;

7) $P(x) = x^3 + x^2 - 9x - 9$;

8) $P(x) = x^5 - x^4 - 2x^3$.

2 67. Знайдіть остачу від ділення многочлена $A(x)$ на двочлен $B(x)$, якщо:

1) $A(x) = x^3 - x^2 + 2$, $B(x) = x + 1$;

2) $A(x) = 3x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$, $B(x) = x - 2$;

3) $A(x) = 2x^5 - x^4 + x^3 + x$, $B(x) = x - 1$;

4) $A(x) = 2x^4 - 9x^2 + 11$, $B(x) = x + 3$.

68. Виконайте ділення многочлена $A(x)$ на двочлен $B(x)$:

1) $A(x) = x^4 - 2x^3 + x^2 + x - 39$, $B(x) = x - 3$;

2) $A(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$, $B(x) = x^2 - 1$.

69. Виконайте ділення з остачею многочлена $A(x)$ на двочлен $B(x)$ та знайдіть неповну частку і остачу:

1) $A(x) = x^4 - x^3 - 5x^2 - 4x + 1$, $B(x) = x + 2$;

2) $A(x) = x^3 + 3x^2 - 7x - 2$, $B(x) = x^2 - 2x$.

70. Чи ділиться многочлен $A(x)$ на двочлен $B(x)$, якщо:

1) $A(x) = x^3 + x^2 - x - 145$, $B(x) = x - 5$;

2) $A(x) = 2x^3 - 4x^2 + 5x - 7$, $B(x) = 1 + x$?

71. Укажіть кратність кожного дійсного кореня многочлена $P(x)$, який тотожно дорівнює виразу:

1) $(x^5 - 5x^4)^2$;

2) $(x^3 - 4x)^3$;

3) $(x^2 + x - 20)^4$;

4) $(x^2 - 2x)(x^2 - 4)^3$;

5) $(x^2 - 3x)(x^4 - 25x^2)$;

6) $(x^2 - 4)^2(x^2 - 4x + 4)^3$.

72. Розкладіть многочлен $P(x)$ на незвідні на множині дійсних чисел множники, якщо:

1) $P(x) = x^4 - 11x^2 + 18$;

2) $P(x) = x^4 - x^3 + x - 1$.

73. Запишіть у стандартному вигляді многочлен:

1) другого степеня зі старшим коефіцієнтом -1 , коренями якого є числа 2 і 3 ;

2) третього степеня зі старшим коефіцієнтом 2 , коренями якого є числа -1 ; 1 і 4 .

3 74. Знайдіть вільний член і суму всіх коефіцієнтів многочлена $C(x)$, який записано у вигляді $(x^2 - 1)^{18}(x + 2)^3$.

75. Многочлен $ax^3 + 2x^2 + ax - 5$ при діленні на $x - 1$ дає в остачі 7 . Знайдіть значення a .

76. Многочлен $x^3 + bx^2 - 2x + b$ ділиться на многочлен $x + 2$. Знайдіть b .

77. Виділіть цілу частину з неправильного дробу:

1) $\frac{5x^3 + 3x^2 - 5x - 3}{x - 2}$;

2) $\frac{2x^3 + 5x^2 - 3x - 7}{x^2 + x - 4}$.

78. Чи ділиться вираз $(x + 1)^{2020} - 1$ на многочлен $x^2 + 2x$?

79. При яких значеннях a і b многочлен $x^3 + ax^2 + bx + 1$ ділиться на $x - 1$, а при діленні на $x + 3$ дає в остачі -8 ?

80. Укажіть кратність кореня x_0 многочлена $P(x)$, якщо:

1) $P(x) = x^4 - 8x^3 + 17x^2 - 8x + 16$; $x_0 = 4$;

2) $P(x) = x^6 + 2x^5 - 5x^4 - 20x^3 - 25x^2 - 14x - 3$; $x_0 = -1$;

3) $P(x) = -x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 4x + 8$; $x_0 = -2$;

4) $P(x) = x^8 - x^4 - 4x + 4$; $x_0 = 1$.

81. Укажіть кратність кожного дійсного кореня многочлена $P(x)$, який записано у вигляді $4x(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 2x - 3)^2$.

82. Запишіть у стандартному вигляді многочлен найменшого степеня з дійсними коефіцієнтами, що має:

1) прості корені 3 і $1 + i$;

2) число 1 коренем кратності 2 та простий корінь $3 - i$.

83. Знайдіть дійсні корені многочлена:

1) $x^4 - 3x^2 - 4$; 2) $x^5 + 2x^4 + x^3 - 8x^2 - 16x - 8$.

84. На множині дійсних чисел розкладіть на множники многочлен:

1) $x^4 - 3x^2 - 4$; 2) $x^4 - 2x^2 + 1$;

3) $x^5 + 6x^4 + 12x^3 + 8x^2$; 4) $x^3 + x^2 - 2x - 8$.

85. При яких дійсних значеннях a і b число 1 є кратним коренем многочлена $x^{1991} + ax + b$?

4 86. При яких значеннях a і b многочлен $ax^3 + x^2 - 5x + b$ ділиться на многочлен $x^2 - x - 2$?

87. Многочлен $B(x)$ при діленні на $x + 1$ дає в остачі 4, а при діленні на $x + 2$ дає в остачі 2. Яку остачу отримаємо від ділення многочлена $B(x)$ на тричлен $x^2 + 3x + 2$?

88. Запишіть у стандартному вигляді многочлен найменшого степеня з дійсними коефіцієнтами, для якого числа $-i$ і 3 є коренями кратності 2.

89. Знайдіть усі значення параметра a , при кожному з яких многочлен $P(x)$, що тотожно дорівнює виразу $(x^2 - (a + 1)x + a)(x^2 - x - a)$, має точно три різних кореня.

До § 25

1 90. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + 100 = 0$; 2) $49x^2 + 1 = 0$; 3) $36x^2 + 25 = 0$;

4) $x^2 - 4x + 20 = 0$; 5) $x^2 + 6x + 10 = 0$; 6) $x^2 - 2x + 4 = 0$.

91. Нехай x_1, x_2, x_3 — корені рівняння $x^3 + 4x^2 - 3x - 5 = 0$. Не розв'язуючи рівняння, знайдіть:

1) $x_1 + x_2 + x_3$; 2) $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1$; 3) $x_1x_2x_3$.

2 92. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + (9 - i)x + 20 = 0$; 2) $x^2 + (4 - i)x + (10 - 2i) = 0$;

3) $x^2 - 3x + (3 - i) = 0$; 4) $x^2 - 2ix + (2 - 4i) = 0$.

93. Розв'яжіть біквadratне рівняння:

1) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$; 2) $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$.

94. Розв'яжіть двочленне рівняння методом розкладання на множники його лівої частини:

1) $x^4 - 81 = 0$; 2) $10000x^4 - 1 = 0$; 3) $x^3 + 27 = 0$;
4) $x^3 - 64 = 0$; 5) $x^6 - 64 = 0$; 6) $x^6 + 729 = 0$.

95. Розв'яжіть рівняння $16x^8 - 17x^4 + 1 = 0$.

96. Одним з коренів рівняння $x^3 - 5x^2 + 2x + a = 0$ є число 4. Знайдіть a та два інших його корені.

97. Рівняння $ax^3 - 12x^2 + cx + 12 = 0$ має корені $x_1 = 1$, $x_2 = 3$. Знайдіть коефіцієнти a та c і третій корінь рівняння.

3 **98.** Розв'яжіть рівняння:

1) $x^3 + 2x^2 + 10x + 9 = 0$;
2) $x^3 + 5x^2 - 4x - 20 = 0$;
3) $x^4 - 4x^3 + 7x^2 - 6x - 18 = 0$;
4) $x^4 + x^3 - 11x^2 + 5x + 4 = 0$.

99. Знайдіть корені многочлена:

1) $x^3 + 3x^2 - 2$; 2) $x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 8x + 4$;
3) $x^4 + x^3 - 5x^2 - 3x + 6$; 4) $x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 5x + 6$.

100. Розкладіть на множники многочлен:

1) $x^3 - 5x^2 - 13x - 7$; 2) $x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$.

101. Розв'яжіть двочленне рівняння:

1) $x^3 - 64i = 0$; 2) $16x^4 + 1 = 0$.

102. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3, \\ \frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} = 3, \\ \frac{1}{xyz} = 1. \end{cases}$$

4 **103.** Розв'яжіть рівняння:

1) $4x^3 + 5x^2 + 13x + 3 = 0$; 2) $5x^3 + 4x^2 - 6x + 1 = 0$;
3) $3x^3 + 5x^2 + 16x - 6 = 0$; 4) $6x^4 + x^3 + 5x^2 + x - 1 = 0$.

104. Розкладіть на множники многочлен:

1) $x^5 - 7x^4 + 16x^3 - 15x^2 + 9x$;
2) $x^5 + 2x^4 + 5x^2 + 4x - 12$.

105. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3,5; \\ x + y + z = 3,5; \\ xyz = 1. \end{cases}$$

106. Розв'яжіть рівняння за формулою Кардано:

1) $x^3 + 6x^2 - 39x + 10 = 0$; 2) $x^3 + 3x^2 - 8x - 30 = 0$.

107. Розв'яжіть дробові раціональні рівняння на множині комплексних чисел:

1) $\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$; 2) $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{7}{6}$.

Відповіді до вправ для повторення розділу 4

- 16.** 0. **17.** $x = 0$; $y = 1$. **18.** 1. **19.** $x = 1$; $y = 2$. **23.** 1) -3 ;
2) такого значення не існує. **24.** 1) 14; 2) 25; 3) $12i$; 4) $17 + 7i$;
5) $-1,6i$; 6) $1\frac{13}{17}$; 7) $4,4i$; 8) 9. **25.** 1) -64 ; 2) $2 - 11i$; 3) -1 ; 4) $16i$.
26. 1) $85 + 15i$; 2) $940 + 660i$. **27.** 1) $0,5 - 0,5i$; 2) $12 + 3,5i$.
28. 1) $-2,5 + 2,5i$; 2) $-1 + 7i$; 3) $0,125i$; 4) $-192i$; 5) $0,8 - 3,4i$;
6) 2. **29.** 1) $-0,5$; 2) $7,4$; 3) $-0,0625i$; 4) 0. **30.** 1) $-9i$; 9i; 2) $-0,2i$;
 $0,2i$. **31.** 1) $\frac{1}{\sqrt{b} + 3i}$; 2) $p - 5bi$. **32.** 1) $\pm(3 + 2i)$; 2) $\pm(1 + i)$. **33.** 1) $\frac{17 + 7i}{13}$;
2) $\frac{37i - 55}{13}$; 3) $\frac{1 + 5i}{2}$; 4) $\frac{15i - 1}{4}$. **34.** 1) $\frac{28i - 20}{65}$; 2) 0,6.
49. 1) $\cos\frac{8\pi}{9} + i\sin\frac{8\pi}{9}$; 2) $2\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right)$. **50.** 1) -20 ;
2) $3\sqrt{3} + 3i$. **51.** 1) -1 ; 2) i . **52.** -4096 . **53.** 1) ± 2 ; $-1 \pm \sqrt{3}i$; $1 \pm \sqrt{3}i$; 2) $-1 \pm i$;
 $1 \pm i$. **56.** 1; 3. **57.** 1) $\cos\left(-\frac{11\pi}{36}\right) + i\sin\left(-\frac{11\pi}{36}\right)$; 2) $\cos\frac{23\pi}{36} + i\sin\frac{23\pi}{36}$;
3) $2\sin\frac{2\pi}{7}\left(\cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}\right)$; 4) $-2\sin\alpha\left(\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)\right)$.
58. $-\sqrt{3} - i$; $-1 + \sqrt{3}i$; $1 - \sqrt{3}i$; $\sqrt{3} + i$. **59.** 1) 25; 2) 0,25. **60.** 2. **61.** 1) $-2i$;
 $-2 - 2i$. **62.** 1) 0; $20i$; 2) $-3i$; $-7i$. **63.** 1) $4i$; 2) $4i - 3$. **74.** 8; 0. **75.** 5.
76. 0,8. **77.** 1) $5x^2 + 13x + 21 + \frac{39}{x-2}$; 2) $2x + 3 + \frac{2x+5}{x^2+x-4}$. **78.** Так.
79. $a = 1$; $b = -3$. **80.** 1) 2; 2) 5; 3) 3; 4) 2. **81.** $x_0 = -1$ – корінь 3-ої кратності.
82. 1) $x^3 - 5x^2 + 8x - 6$; 2) $x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 26x + 10$. **83.** 1) -2 ;
2; 2) 2; -1 . **84.** 1) $(x^2 + 1)(x - 2)(x + 2)$; 2) $(x - 1)^2(x + 1)^2$; 3) $x^2(x + 2)^3$;
4) $(x - 2)(x^2 + 3x + 4)$. **85.** $a = -1991$; $b = 1990$. **86.** $a = \frac{4}{3}$; $b = -\frac{14}{3}$.
87. $2x + 6$. **88.** $x^6 - 6x^5 + 11x^4 - 12x^3 + 19x^2 - 6x + 9$. **89.** $-0,25$; 1; 2.
92. 1) $-3 - i$; $-6 + 2i$; 2) $-2 - 2i$; $-2 + 3i$; 3) $1 - i$; $2 + i$; 4) $-1 - i$; $1 + 3i$.
93. 1) ± 3 ; $\pm i$; 2) $\pm 2i$; $\pm 3i$. **94.** 1) ± 3 ; $\pm 3i$; 2) $\pm 0,1$; $\pm 0,1i$; 3) -3 ; $\frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$;

4) $4; -2 \pm 2\sqrt{3}i; 5) \pm 2; \pm 1 \pm \sqrt{3}i; 6) \pm 3i; \pm \frac{3\sqrt{3}}{2} \pm \frac{3}{2}i$. **95.** $\pm 1; \pm i; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{2}i$.

96. $a = 9; x_1 = -1; x_2 = 2$. **97.** $a = 4; c = -4; x_3 = -1$. **98.** 1) $-1; \frac{-1 \pm \sqrt{35}i}{2}$;
2) $-5; -2; 2; 3) -1; 3; 1 \pm \sqrt{5}i; 4) -4; 1; 1 \pm \sqrt{2}$. **99.** 1) $-1; 1 \pm \sqrt{3}$;
2) $2; -2; 1 \pm \sqrt{2}; 3) 1; -2; \pm \sqrt{3}; 4) -2; -3; \pm i$. **100.** 1) $(x+1)^2(x-7)$;
2) $(x+2)(x-1)(x-3)(x+1)$. **101.** 1) $-4i; -2\sqrt{3} + 2i; 2\sqrt{3} + 2i$;
2) $\pm \frac{\sqrt{2}}{4} \pm \frac{\sqrt{2}}{4}i$. **102.** (1; 1; 1). **103.** 1) $-\frac{1}{4}; \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$; 2) $\frac{1}{5}; \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$;
3) $\frac{1}{3}; -1 \pm \sqrt{5}i; 4) -\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \pm i$. **104.** 1) $x(x-3)^2 \left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2} \right) \left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2} \right)$;
2) $(x+2)^2(x-1) \left(x - \frac{1+\sqrt{11}i}{2} \right) \left(x - \frac{1-\sqrt{11}i}{2} \right)$. **105.** (1; 2; 0,5), (1; 0,5; 2),
(2; 1; 0,5), (2; 0,5; 1), (0,5; 1; 2), (0,5; 2; 1). **106.** 1) $-10; 2 \pm \sqrt{3}; 2) 3$;
 $-3 \pm i$. **107.** 1) $1; -3; -1 \pm \sqrt{3}i; 2) 0; -2; -1 \pm \frac{2\sqrt{10}}{5}i$.