

## ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ РОЗДІЛУ 1

### До § 1

**1** 1. Які з наведених функцій є зростаючими, а які – спадними:

1)  $y = \pi^x$ ; 2)  $y = (0,008)^x$ ; 3)  $y = (0,111)^x$ ; 4)  $y = 2011^x$ ?

2. Порівняйте числа  $a$  і  $b$ , якщо: 1)  $2^a > 2^b$ ; 2)  $0,2^a < 0,2^b$ .

**2** 3. Порівняйте числа: 1)  $0,8^{-2}$  і  $0,8^{-3}$ ; 2)  $7^{1,12}$  і  $7^{1,13}$ .

4. Побудуйте схематично графік функції  $y = y(x)$  та запишіть її властивості, якщо:

1)  $y = 2,5^x$ ; 2)  $y = 0,3^x$ .

5. Порівняйте числа  $m$  і  $n$ , якщо:

1)  $(\cos 12^\circ)^m > (\cos 12^\circ)^n$ ; 2)  $\left(\frac{1}{\sin \frac{\pi}{8}}\right)^m > \left(\frac{1}{\sin \frac{\pi}{8}}\right)^n$ .

6. Порівняйте число  $a$  з одиницею ( $a > 0$ ), якщо:

1)  $a^8 < a^6$ ; 2)  $a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{2}{3}}$ .

7. Знайдіть множину значень функції:

1)  $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x - 2$ ; 2)  $y = -3^x$ ; 3)  $y = 4^x + 5$ ; 4)  $y = 2 - \left(\frac{1}{8}\right)^x$ .

8. Обчисліть:

1)  $((\sqrt{3})^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ ; 2)  $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$ ;

3)  $3^{2-2\sqrt{3}} \cdot 3^{1+2\sqrt{3}}$ ; 4)  $5^{4-\sqrt{7}} : 5^{3-\sqrt{7}}$ .

9. При якому значенні  $a$  графік функції  $y = a^x$  проходить через точку:

1)  $M(1; 9)$ ; 2)  $N(-1; 2)$ ; 3)  $P\left(2; \frac{1}{9}\right)$ ; 4)  $K(3; 64)$ ?

10. Точка  $A(\cos 60^\circ; y)$  належить графіку функції  $y = 16^x$ . Знайдіть  $y$ .

**3** 11. Зростаючою чи спадною є функція:

1)  $y = 5^{-\frac{x}{8}}$ ; 2)  $y = \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}\right)^{-x}$ ?

12. Обчисліть: 1)  $5^{1-2\sqrt{3}} \cdot 25^{\sqrt{3}-1}$ ; 2)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{(1-\sqrt{5})^2} : \left(\frac{1}{4}\right)^{7-2\sqrt{5}}$ .

13. Порівняйте числа:

1)  $1$  і  $\pi^{-1}$ ; 2)  $0,01^{-13}$  і  $1$ ; 3)  $1$  і  $2,7^{0,01}$ ; 4)  $0,4^5$  і  $1$ .

14. Побудуйте графік функції:

1)  $y = 3^x + 2$ ;    2)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ ;    3)  $y = 2^{x-2}$ ;    4)  $y = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^x$ .

15. Знайдіть множину значень функції:

1)  $y = \pi^{|x|} + 1$ ;    2)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-|x|} - 3$ .

16. Знайдіть найменше і найбільше значення функції  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ,

якщо  $x \in [-3; 1]$ .

**4** 17. Знайдіть множину значень функції:

1)  $y = (0,5)^{-\sin x}$ ;    2)  $y = 3 - 2\cos x$ ;  
3)  $y = 4 + \left(\frac{1}{7}\right)^{|\cos x|}$ ;    4)  $y = 3^{-|\sin x|} + 2$ .

18. Порівняйте числа:

1)  $((\sqrt{7})^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}}$  і  $7^{1,5}$ ;    2)  $(3-2\sqrt{2})^7$  і  $(3+2\sqrt{2})^{-7,1}$ .

19. Побудуйте схематично графік функції:

1)  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x}$ ;    2)  $y = 5^{3-x}$ .

20. Розв'яжіть графічно рівняння:

1)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = -\frac{3}{x}$ ;    2)  $5^x = 6 - x$ .

21. 1) Скільки коренів має рівняння  $2^{-x} = x^2$ ?

2) Скільки цілих коренів має рівняння  $2^{-x} = x^2$ ?

## До § 2

**1** Розв'яжіть рівняння (22–28):

22. 1)  $5^x = 25$ ;    2)  $7^x = 1$ ;    3)  $2^x = -16$ ;    4)  $4^x = 64$ .

23. 1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{1}{16}$ ;    2)  $\left(\frac{3}{7}\right)^x = 0$ ;    3)  $3^{x-1} = 81$ ;    4)  $5^{x+2} = 5$ .

24. 1)  $5^{x-1} = 5^{2x}$ ;    2)  $(0,5)^{2x-7} = (0,5)^x$ .

25. 1)  $4^x = \frac{1}{4}$ ;    2)  $3^x = \sqrt[5]{3}$ ;    3)  $15^x = \sqrt[3]{15}$ ;    4)  $\left(\frac{4}{5}\right)^x = 1,25$ .

**2** 26. 1)  $3^x = 7^x$ ;    2)  $2^{x+3} = 5^{x+3}$ .

27. 1)  $5^{x^2-2x-8} = 1$ ;    2)  $4^{x^2+x} = 16$ ;

3)  $\left(\frac{1}{8}\right)^{x^2-3x} = \left(\frac{1}{8}\right)^{3-x}$ ;    4)  $3^{x^2} = 27$ .

$$28. \quad 1) \left(\frac{3}{7}\right)^x = \frac{49}{9}; \quad 2) \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} = 8;$$

$$3) \left(\frac{2}{7}\right)^{x-1} = 3,5^{x+3}; \quad 4) (\sqrt{7})^{x+4} = 7^x.$$

29. Знайдіть точку перетину графіків функцій  $y = (0,5)^x$  і  $y = 4$ .

Розв'яжіть рівняння (30–37):

$$30. \quad 1) 8^{-x} = 16; \quad 2) (2^{x-3})^{x+2} = 1;$$

$$3) (3^{x+1})^{x+3} = \frac{1}{3}; \quad 4) \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{8}\right)^x = \frac{1}{12}.$$

$$31. \quad 1) 2^{x-2} + 2^x = 5; \quad 2) 3^{x-1} + 3^{x+2} = 252.$$

$$32. \quad 1) 16^x + 3 \cdot 4^x - 4 = 0; \quad 2) 25^x - 26 \cdot 5^x + 25 = 0.$$

$$33. \quad 1) 3^{x-1} \cdot 2^x = 72; \quad 2) 4^{x-2} \cdot 5^{x+1} = 125.$$

**3** 34. 1)  $\sqrt{3^{2x}} \sqrt{4^{2x}} = 144$ ; 2)  $\sqrt{5^x} = 25^{\frac{1}{6}}$ ;

$$3) \frac{1}{8} \sqrt{2^{x+2}} = 4^{-1,5}; \quad 4) \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}\right)^{2x-4} = 9.$$

$$35. \quad 1) 3^{x^2-4x} = 5^{x^2-4x};$$

$$2) 8^{x-3} = 5^{3-x}.$$

$$36. \quad 1) 3 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^{2x-1} + 7 \cdot 2^{2x-2} = 144;$$

$$2) 0,1^{4-2x} - 2 \cdot 0,01^{3-x} = 98.$$

$$37. \quad 1) 5^x - 10 \cdot 5^{-x} = 3; \quad 2) 3^{2x+1} - 12 \cdot 3^x + 9 = 0;$$

$$3) \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2^{x+3} = 6; \quad 4) \frac{6}{2^x-2} - \frac{5}{2^x+1} = 2.$$

38. Розв'яжіть однорідне рівняння:

$$4 \cdot 4^{2x} - 9 \cdot 4^x \cdot 5^x + 5 \cdot 5^{2x} = 0.$$

**4** 39. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 6^x + 3 \cdot 6^{x-2}; \quad 2) 25^{x+\frac{1}{2}} - 2^{x+1} = 2^{x+2} - 5^{2x}.$$

40. Розв'яжіть рівняння:

$$1) 4^{1-x^2} + 4^{1+x^2} = 17; \quad 2) 3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x = 0.$$

### До § 3

**1** Розв'яжіть нерівність (41–44):

$$41. \quad 1) 3^x > 3^7; \quad 2) 2^x \leq 2^{-11}; \quad 3) \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}; \quad 4) \left(\frac{3}{7}\right)^x < \left(\frac{3}{7}\right)^8.$$

$$42. \quad 1) 2^x \geq 16; \quad 2) 1,4^x < 1,96; \quad 3) \left(\frac{1}{8}\right)^x > \frac{1}{64}; \quad 4) \left(\frac{1}{3}\right)^x \leq 1.$$

**2** 43. 1)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 9$ ; 2)  $(\sqrt{5})^x \geq \frac{1}{25}$ ; 3)  $0,25^x \leq 4$ ; 4)  $0,3^x > 3\frac{1}{3}$ .

44. 1)  $8^{7x-14} \leq 1$ ; 2)  $3^{3x+1} > 81$ ; 3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2x} < 8$ ; 4)  $4^{x_2+1} \geq 16$ .

45. Знайдіть область визначення функції:

1)  $y = \frac{1}{\sqrt{2^x - 32}}$ ; 2)  $y = \sqrt{\frac{1}{25} - \left(\frac{1}{5}\right)^x}$ .

**3** 46. Розв'яжіть нерівність:

1)  $\left(2\lg\frac{\pi}{4}\right)^{x+5,5} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; 2)  $25^{0,5x_2-3} \leq 125$ ;

3)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-3x} \geq \frac{1}{81}$ ; 4)  $\left(\frac{1}{6}\right)^{|x|-3} < 36$ .

47. Знайдіть область визначення функції:

1)  $y = \sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^x - \left(\frac{1}{16}\right)^{x-5}}$ ; 2)  $y = \frac{3}{\sqrt{5^{x-7} - 25^{\frac{1}{4}x}}}$ .

Розв'яжіть нерівність (48–52):

48. 1)  $4^{x-1} + 4^x \leq 20$ ; 2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1} > 18$ .

49. 1)  $9^x + 6 \cdot 3^x - 27 > 0$ ; 2)  $\left(\frac{1}{4}\right)^x - 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2 \leq 0$ .

50. 1)  $\frac{4^x - 2^x}{x^2 + 7} > 0$ ; 2)  $\frac{0,04^x - 0,2}{-3x^2 - 1} \leq 0$ .

**4** 51.  $2^{x+3} + 9 \cdot 5^{x-2} \geq 5^x + 2^{x+2}$ .

52.  $4^x + 10^x - 2 \cdot 25^x > 0$ .

53. Розв'яжіть графічно нерівність  $2^x \geq 6 - x$ .

### До § 4

**1** 54. Перевірте правильність рівності:

1)  $\log_8 1 = 0$ ; 2)  $\log_{19} 19 = 1$ ; 3)  $\log_3 81 = 4$ ;

4)  $\log_5 25 = 2$ ; 5)  $\log_2 0,5 = -1$ ; 6)  $\lg 0,001 = -3$ ;

7)  $\log_{\sqrt{3}} 3 = 2$ ; 8)  $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{4} = -4$ .

55. Обчисліть:

1)  $\log_3 9$ ; 2)  $\log_3 9$ ; 3)  $\log_{15} 1$ ; 4)  $\log_2 16$ .

56. Знайдіть значення виразу: 1)  $5^{\log_5 7}$ ; 2)  $0,3^{\log_{0,3} 8}$ .

**2** 57. Знайдіть значення виразу:

- 1)  $\log_7 \frac{1}{7}$ ;      2)  $\log_3 \frac{1}{9}$ ;      3)  $\log_5 \frac{1}{125}$ ;      4)  $\lg 0,1$ ;  
5)  $\log_3 \sqrt{3}$ ;      6)  $\log_{\frac{1}{5}} 25$ ;      7)  $\log_{\sqrt{7}} 49$ ;      8)  $\log 0,1\sqrt{10}$ .

58. Знайдіть значення виразу, якщо  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ :

- 1)  $\log_a a^6$ ;      2)  $\log_a \sqrt[7]{a}$ ;      3)  $\log_a \frac{1}{a^7}$ ;      4)  $\log_a \sqrt[3]{a^4}$ .

59. Знайдіть десятковий логарифм числа:

- 1) 10 000;      2)  $\sqrt[3]{10}$ ;      3) 0,0001;  
4)  $\sqrt[7]{10^2}$ ;      5)  $\sqrt[4]{1000}$ ;      6)  $\frac{1}{\sqrt[7]{10}}$ .

60. Розв'яжіть рівняння: 1)  $3^x = 8$ ;      2)  $5^{x-1} = 9$ .

61. Знайдіть значення виразу:

- 1)  $\frac{1}{4} \log_3 81 + \frac{1}{5} \log_2 32$ ;      2)  $6 \log_3 \frac{1}{9} - 4 \log_{\frac{1}{2}} 16$ .

62. Обчисліть:

- 1)  $3^{2 \log_3 7}$ ;      2)  $5^{2 \log_5 36}$ ;      3)  $6^{1 + \log_6 2}$ ;      4)  $9^{\log_3 10 - 2}$ .

63. Знайдіть значення виразу:

- 1)  $\log_{18} 3 + \log_{18} 6$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{3}} 18 - \log_{\frac{1}{3}} 6$ ;  
3)  $\log_7 \sqrt{14} - \log_7 \sqrt{2}$ ;      4)  $\lg 5 + \lg 200$ .

64. Обчисліть значення виразу:

- 1)  $\log_7 \sqrt[5]{7^2}$ ;      2)  $\log_3 \sqrt{3^7}$ ;      3)  $\frac{\log_4 81}{\log_4 3}$ ;      4)  $\frac{\lg 625}{\lg 5}$ .

65. Прологарифмуйте вираз ( $a > 0$ ;  $b > 0$ ;  $c > 0$ ):

- 1)  $16a^3 b^3 \sqrt{c}$  за основою 4;      2)  $\frac{1}{9} a^{\frac{1}{6}} b^3 \sqrt[5]{c^2}$  за основою 9.

66. Знайдіть число  $m$  з умови:

- 1)  $\log_4 m = \log_4 26 + \log_4 3 - \log_4 13$ ;  
2)  $\lg 8 + \lg 5 + \lg 3 - \lg 40 = \lg m$ .

67. Відомо, що  $\lg 3 \approx 0,477$ . Знайдіть:

- 1)  $\lg 30$ ;      2)  $\lg 300$ ;  
3)  $\lg 0,03$ ;      4)  $\lg 0,0003$ .

**3** 68. Обчисліть:

- 1)  $\log_6 (3 \log_{11} 121)$ ;      2)  $\log_4 (2 \log_{\sqrt{3}} 9)$ ;  
3)  $\log_{\frac{1}{2}} \log_2 16$ ;      4)  $\lg (2 \log_3 243)^4$ .

69. Обчисліть:

1)  $\log_{11} \frac{1}{\sqrt[5]{11^2}}$ ;    2)  $\log_{32} \sin \frac{\pi}{6}$ ;    3)  $\log_{\sqrt{3}} (27\sqrt{3})$ ;    4)  $\log_{25} \sqrt[3]{5}$ .

70. Прологарифуйте вираз за основою 10, якщо  $a > 0$ ;  $b > 0$ ;  $c > 0$ :

1)  $\frac{\sqrt[3]{0,0001a^8\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[4]{c^3}}$ ;    2)  $\sqrt[5]{\frac{100a^3b^7}{c}}$ .

Обчисліть (71–72):

71. 1)  $\frac{\lg 24 + \lg 9}{2\lg 2 + \lg 9}$ ;    2)  $\frac{\ln 125 - 2\ln 5}{\ln 75 + \ln \frac{1}{3}}$ .

72. 1)  $\left(\frac{1}{7}\right)^{0,5\log_1 25}$ ;    2)  $4^{1-\log_2 7}$ ;  
3)  $3^{\log_9 625 - \log_{27} 64}$ ;    4)  $100^{\frac{1}{2}\lg 16 + \lg 3}$ .

73. Знайдіть  $x$ , якщо

1)  $\log_{0,3} x = 5\log_{0,3} 4 - \frac{1}{2}\log_{0,3} 16 - 2\log_{0,3} 32$ ;

2)  $\lg x = 3\lg 5 + 6\lg 3 - 4\lg 15$ .

74. Відомо, що  $\log_3 7 = a$ ;  $\log_3 2 = b$ . Виразіть через  $a$  і  $b$ :

1)  $\log_3 14$ ;    2)  $\log_3 21$ ;    3)  $\log_3 28$ ;    4)  $\log_3 7$ .

75. Розв'яжіть рівняння:

1)  $9^x + 2 \cdot 3^x - 8 = 0$ ;    2)  $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 5 = 0$ .

4 76. Порівняйте вирази:

1)  $8^{\log_7 9}$  і  $9^{\log_7 8}$ ;    2)  $4^{\log_2 5} + 0,01$  і  $5^{\log_2 4} - 0,2$ .

77. Обчисліть: 1)  $3^{4\log_3 125 - 6\log_2 75}$ ;    2)  $\log_2 7 \cdot \lg 2 \cdot \log_{49} 10$ .

78. Знайдіть значення виразу:

1)  $\lg \operatorname{ctg} 11^\circ + \lg \operatorname{ctg} 79^\circ$ ;

2)  $\log_4 \left( \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_4 \left( 2 \cos \frac{\pi}{12} \right)$ .

79. Обчисліть:

1)  $7^{\log_3 7}$ ;    2)  $4^{\log_3 4}$ ;    3)  $6^{\frac{1}{\log_5 6}}$ ;    4)  $3^{\frac{1}{4\log_{16} 3}}$ .

80. Розв'яжіть рівняння  $x^2 - 4^{\log_4 x} = 12$ .

81. Відомо, що  $\log_{45} 25 = m$ . Знайдіть  $\log_9 15$ .

82. Спростіть вираз  $\frac{1 - \log_n^3 m}{(\log_n m + \log_m n + 1) \log_n \frac{n}{m}}$ .

## До § 5

**1** 83. Які з наведених функцій є зростаючими, а які – спадними на  $(0; +\infty)$ :

1)  $y = \log_{\pi} x$ ;    2)  $y = \log_{0,18} x$ ;    3)  $y = \log_{\frac{3}{5}} x$ ;    4)  $y = \lg x$ ?

84. Порівняйте  $a$  і  $b$ , якщо:

1)  $\log_9 a > \log_9 b$ ;    2)  $\log_{0,32} a > \log_{0,32} b$ .

85. Порівняйте числа:

1)  $\log_5 1,7$  і  $\log_5 1,8$ ;    2)  $\log_{0,1} 5$  і  $\log_{0,1} 6$ .

**2** 86. Побудуйте схематично графік функції та вкажіть її властивості:

1)  $y = \log_5 x$ ;    2)  $y = \log_{0,3} x$ .

87. Зростаючою чи спадною на  $(0; +\infty)$  є функція:

1)  $y = \log_{\lg 46} x$ ;    2)  $y = \log_{\sin \frac{\pi}{18}} x$ ?

88. Знайдіть область визначення функції:

1)  $y = \log_5(3x + 12)$ ;    2)  $y = \log_{0,2}(4x - x^2)$ .

89. Порівняйте з одиницею основу логарифма  $a$  ( $a > 0$ ), якщо:

1)  $\log_a 8 < \log_a 8,2$ ;    2)  $\log_a 4,5 > \log_a 5$ .

90. Які з точок належать графіку функції  $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ :

1)  $A\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ ;    2)  $B(3; 1)$ ;    3)  $C(1; 0)$ ;    4)  $D\left(\frac{1}{9}; -2\right)$ ?

91. Побудуйте графік функції  $y = \log_2 x$ . Як змінюється  $y$ , коли  $x$  зростає від  $\frac{1}{2}$  до 8?

92. Порівняйте з нулем число:

1)  $\log_3 8$ ;    2)  $\log_{\frac{1}{3}} 18$ ;    3)  $\log_{0,1} 0,12$ ;    4)  $\log_5 0,45$ .

**3** 93. Порівняйте з одиницею число  $a$ , якщо:

1)  $\log_a 4 = -0,15$ ;    2)  $\log_a 0,2 = 0,5$ ;

3)  $\log_a 7 = 2,73$ ;    4)  $\log_a \frac{1}{8} = -2,3$ .

94. Побудуйте графік функції  $y = \log_2(x + 3)$  та запишіть її властивості.

95. Побудуйте графік функції  $y = \log_{\frac{1}{3}} x - 2$  та запишіть її властивості.

96. Знайдіть найбільше і найменше значення функції  $y = \log_{0,5} x$ , якщо  $x \in \left[\frac{1}{8}; 32\right]$ .

97. Порівняйте числа:

- 1)  $\log_{\pi} 3,5$  і 1;      2)  $\log_3 \sqrt{7}$  і 1;  
3) 3 і  $\log_2 7,9$ ;      4)  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{7}$  і  $\log_2 5$ .

98. Знайдіть область визначення функції:

- 1)  $y = \log_3 \operatorname{tg} x$ ;      2)  $y = \log_5(x+2) + \sqrt{5-x}$ .

**4** 99. Побудуйте графік функції  $y = 2\log_3(x-2) + 1$ .

100. Знайдіть область визначення функції:

- 1)  $y = \log_3(1 + \cos x)$ ;      2)  $y = \log_{x-2}(16 - x^2)$ .

101. Розв'яжіть графічно рівняння:

- 1)  $\log_{0,25} x = x - 5$ ;      2)  $\log_2 x = 7 - 3x$ .

102. Побудуйте графік функції:

- 1)  $y = 0,3^{\log_0,3(2-3x)}$ ;      2)  $y = 7^{2\log_7(x+1)}$ .

### До § 6

**1** Розв'яжіть рівняння (103–107):

103. 1)  $\log_7 x = 1$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{4}} x = 0$ ;      3)  $\log_{\frac{1}{7}} x = -1$ ;      4)  $\log_5 x = 2$ .

104. 1)  $\log_3(x+7) = \log_3 12$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{7}}(x-2) = \log_{\frac{1}{7}} 4$ .

105. 1)  $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) = -2$ ;      2)  $\log_3(4x-1) = 2$ ;

- 3)  $\log_3(x^2 - 2x + 1) = 0$ ;      4)  $\log_{\frac{1}{4}}(x^2 + 3x) = -1$ .

**2** 106. 1)  $\log_5(x-3) = \log_5(2x-7)$ ;      2)  $\log_{\frac{1}{2}}(3x+4) = \log_{\frac{1}{2}} x$ ;

- 3)  $\log_{0,13}(x^2 - 2) = \log_{0,13}(2x + 6)$ ;

- 4)  $\log_{17}(x^2 - 1) = \log_{17}(x + 1)$ .

107. 1)  $\log_{\frac{2}{4}} x - \log_{\frac{1}{4}} x - 2 = 0$ ;      2)  $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 = 0$ .

108. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій  $y = \log_{\frac{1}{5}}(x^2 - 4x)$  і  $y = -1$ .

109. 1) Чи перетинаються графіки функцій  $y = \log_4(x-3)$  і  $y = \log_4(11-x)$ ?

2) Якщо відповідь позитивна, знайдіть точку перетину графіків.

Розв'яжіть рівняння (110–115):

110. 1)  $\log_2 x^5 + \log_2 x^2 = 21$ ;      2)  $14\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[7]{x} - \log_{\frac{1}{2}} x^3 = 4$ .



111. 1)  $\log_{\frac{1}{9}}(x^2 + 5) = 1$ ;      2)  $\log_{81} \log_2 \log_{\sqrt{5}} x = \frac{1}{4}$ .

**3** 112. 1)  $2\log_3(x - 1) = \log_3(2x + 1)$ ;

2)  $\frac{1}{2} \log_{\frac{1}{4}}(x - 2) = \log_{\frac{1}{4}}(4 - x)$  .

113. 1)  $\log_3(9^x - 72) = x$ ;

2)  $\log_{\frac{1}{3}}(2 \cdot 3^x - 5) = x - 1$  .

114. 1)  $\log_2(x + 2) + \log_2(x + 3) = 1$ ;

2)  $\log_5(6x + 2) = 3\log_5 2 - \log_5(2x - 1)$ ;

3)  $\log_{\frac{1}{3}}(2 - x) + 3\log_{\frac{1}{2}} 2 = \log_{\frac{1}{3}}(x + 1) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 3)$ ;

4)  $\log_9(x - 3) - \log_9(x^2 - 7x) = \log_9 27 - 2$ .

115. 1)  $\lg^2(x - 3) + 2\lg(x - 3) - 3 = 0$ ;

2)  $\log_3^2 x + \log_3 x^4 - 5 = 0$ ;

3)  $\log_{0,5}^2(x - 1) - 15\log_{0,5} \sqrt[5]{x - 1} - 4 = 0$  ;

4)  $\frac{1}{5 + \lg x} + \frac{2}{1 - \lg x} = 1$  .

116. Знайдіть корені рівняння  $\log_3 x + 4\log_x 3 = 5$ .

Розв'яжіть рівняння (117–120):

117. 1)  $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ ;

2)  $\log_{4x}(2x^2 - x - 7) = 1$ .

118.  $\log_7(2^x - 1) + \log_7(2^x - 7) = 1$ .

119.  $\frac{1}{2} \log_2(4x - 3) + \log_2 3 = \log_2(x + 2)$ .

120. 1)  $\log_2(4x) \log_2\left(\frac{1}{4}x\right) = 5$ ;      2)  $3 - \log_5 x = 2\sqrt{\log_5 x}$ .

121. Скільки коренів має рівняння  $\frac{\log_5(3x^2 + 2x)}{\log_{x+1}(x + 7)} = 0$ ?

Розв'яжіть рівняння (122–126):

122. 1)  $\sqrt{x - 3} \log_7(x - 4) = 0$ ;      2)  $\sqrt{x^2 - 4} \log_8(x + 2) = 0$ .

**4** 123. 1)  $|x| \log_2 x = 2x$ ;      2)  $|x| \log_{\frac{1}{8}}(-x) = x$ .

124.  $|\log_2 x + 1| + |\log_2 x + 2| = 3$ .

125.  $(\log_4(2x + 9) + 1) \log_{x+2} 2 = 1$ .

126.  $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$ .

## До § 7

**1** Розв'яжіть нерівність (127–130):

127. 1)  $\log_7 x \geq \log_7 8$ ;                      2)  $\log_{\frac{1}{4}} x > \log_{\frac{1}{4}} 2$ ;

3)  $\log_{0,35} x \leq \log_{0,35} 3$ ;                      4)  $\log_{20} x < \log_{20} 4$ .

128. 1)  $\log_3 x \leq 1$ ;                                      2)  $\log_{\frac{1}{8}} x < -2$ ;

3)  $\log_{0,5} x > 2$ ;                                      4)  $\log_7 x \geq -1$ .

**2** 129. 1)  $\log_2(x + 3) > 1$ ;                      2)  $\log_{0,1}(x - 1) \leq -1$ ;

3)  $\lg(x - 5) < 2$ ;                                      4)  $\log_{\frac{1}{3}}(x + 7) \geq -3$ .

130. 1)  $\log_7(x + 3) \geq \log_7(5 - x)$ ;

2)  $\log_{0,15}(x - 3) > \log_{0,15}(3x - 7)$ .

**3** 131. Знайдіть область визначення функції:

1)  $y = \sqrt{\log_4(x + 7)}$ ;

2)  $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{0,17}(x - 5)}}$ .

Розв'яжіть нерівність (132–134):

132. 1)  $\log_2(x^2 + x) > 1$ ;

2)  $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 2x) \geq -1$ .

133. 1)  $\log_3(x + 1) + \log_3(x + 7) < 3$ ;

2)  $\log_{0,5}(x - 2) + \log_{0,5}(x - 2,5) \geq 1$ .

134. 1)  $\log_{\frac{2}{3}} x + 2\log_{\frac{1}{3}} x - 3 > 0$  ;                      2)  $\log_{\frac{2}{5}}^2 x \geq 4$ .

135. При яких значеннях  $x$  функція  $y = \frac{\lg x - 1}{-|x| - 7}$  набуває лише

додатних значень?

Розв'яжіть нерівність (136–137):

136. 1)  $\log_{0,7}(x^2 + 3x - 4) > \log_{0,7}(-2x - 4)$ ;

2)  $2\lg(x + 1) > \lg(9x + 19)$ .

137. 1)  $|\log_2 x - 1| < 3$  ;                      2)  $|\log_{0,1} x - 2| \geq 1$  .

**4** 138. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності  $\log_{0,3}(x + 2) + \log_{0,3}(x - 1) \geq \log_{0,3}(x + 7)$ .

139. Скільки цілих розв'язків має нерівність

$$\log_{\frac{1}{8}} \log_7(8 - x^2) > 0?$$

140. Розв'яжіть графічно нерівність  $\log_{\frac{1}{3}} x \geq x - 4$ .

141. Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{x}{5}}(x^2 - 8x + 16) \geq 0$ .

142. Знайдіть суму цілих розв'язків нерівності  $\log_{3x+4}x^2 < 1$ .

### До § 8

**2** Розв'яжіть систему рівнянь (143–147):

143. 1) 
$$\begin{cases} 3^x + 2^y = 17, \\ 3^x - 2^y = 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \log_3 x + \log_4 y = 3, \\ \log_3 x - \log_4 y = 1. \end{cases}$$

**3** 144. 1) 
$$\begin{cases} 4^x + 4^y = 17, \\ x + y = 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2^{2x} - 5^y = -21, \\ 2^x - 5^{\frac{y}{2}} = -3. \end{cases}$$

145. 1) 
$$\begin{cases} (\sqrt{2})^{x-y} = \frac{0,5^{y-3}}{8}, \\ \log_3(3x+2y) + \log_3(x-2y) = 3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4^x \cdot 3^y = 108, \\ \log_{\sqrt{2}}(y-x) = 2. \end{cases}$$

**4** 146. 1) 
$$\begin{cases} \log_{xy} \frac{x}{y} - \log_x^2 y = 1, \\ \log_2(x-y) = 1; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} y^{\lg x} = 7, \\ xy = 70. \end{cases}$$

147. 
$$\begin{cases} 3^{\lg y} = 4^{\lg x}, \\ (4y)^{\lg 4} = (3x)^{\lg 3}. \end{cases}$$

### До § 9

**3** 148. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть нерівність  $a^2 3^x \leq a$ .

149. Для всіх значень параметра  $a$  розв'яжіть рівняння  $25^x - 5^x - a^2 - a = 0$ .

**4** 150. Розв'яжіть нерівність з параметром  $a$  відносно змінної  $x$ :

1)  $2 \cdot 4^{x+1} + a \cdot 2^{x+1} - a^2 < 0$ ;      2)  $\log_a(x-1) + \log_a x > 2$ .

151. При яких значеннях  $a$  рівняння  $\log_3(9^x + 9a^3) = x$  має рівно два розв'язки?

152. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння має лише один корінь:

1)  $2\log_3(x+3) = \log_3(ax)$ ;      2)  $2\log_{x-1}(x+a) = 1$ ?

### До § 10

**1** Знайдіть похідну функції (153–155):

153. 1)  $y = 8^x$ ;      2)  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ;      3)  $y = \log_2 x$ ;      4)  $y = \log_{0,1} x$ .

154. 1)  $y = x^{1.7}$ ;    2)  $y = x^{-0.8}$ ;    3)  $y = x^{\sqrt{5}}$ ;    4)  $y = x^{-\sqrt{2}}$ .

**2** 155. 1)  $y = 5^x - x^7$ ;    2)  $y = x^5 - e^x$ ;

3)  $y = \log_4 x - \frac{1}{4}x^8$ ;    4)  $y = x^9 \ln x$ ;

5)  $y = x^3 e^x$ ;    6)  $y = \sqrt{2}x^{\sqrt{2}} - x^{1.5}$ .

156. Знайдіть похідну функції  $y = y(x)$  у точці  $x_0$ , якщо:

1)  $y(x) = 5e^x - x^9$ ;  $x_0 = 0$ ;    2)  $y(x) = x^{1.4} + \ln x$ ;  $x_0 = 1$ .

157. Знайдіть похідну складеної функції:

1)  $y = 4^{5x}$ ;    2)  $y = e^{\frac{1}{2}x-7}$ ;

3)  $y = \log_4 9x$ ;    4)  $y = \ln(4x - 9)$ .

158. Складіть рівняння дотичної до графіка функції  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

у точці з абсцисою  $x_0 = 0$ .

159. Знайдіть критичні точки функції:

1)  $y = x^3 e^x$ ;    2)  $y = x^4 \ln x$ .

**3** 160. Знайдіть похідну функції:

1)  $y = \frac{e^x}{x+3}$ ;    2)  $y = \frac{5^x - 2}{5^x + 1}$ ;    3)  $y = \frac{x^2}{\ln x}$ ;    4)  $y = \frac{\log_2 x}{x^3}$ .

161. Обчисліть похідну функції  $f(x)$  у точці  $x_0$ :

1)  $f(x) = e^{x-3}(x^2 - 8)$ ;  $x_0 = 3$ ;    2)  $f(x) = \frac{\ln x}{x+3}$ ;  $x_0 = 1$ .

162. Знайдіть похідну функції  $\varphi(x) = e^{-3x} \cos 2x$ .

163. Складіть рівняння дотичної до графіка функції  $y = f(x)$  у точці з абсцисою  $x_0$ :

1)  $f(x) = x^2 e^{-x}$ ;  $x_0 = 0$ ;    2)  $f(x) = \ln(3x - 2)$ ;  $x_0 = 1$ .

164. Знайдіть  $f'(x_0)$ , якщо:

1)  $f(x) = 15x^{\frac{4}{5}}$ ;  $x_0 = 32$ ;    2)  $f(x) = 9\sqrt[3]{x^4}$ ;  $x_0 = 8$ .

165. Знайдіть проміжки зростання, проміжки спадання, точки екстремуму та екстремуми функції:

1)  $f(x) = x e^{-3x}$ ;    2)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ .

166. Знайдіть найбільше і найменше значення функції на даному проміжку:

1)  $f(x) = x^2 e^{-x}$ ;  $x \in [0; 3]$ ;  
2)  $f(x) = e^{x^2+4x}$ ;  $x \in [-3; 0]$ .

167. Розв'яжіть рівняння  $f'(x) = 2e^x$ , якщо  $f(x) = e^x(x^2 + 2x)$ .

168. Складіть рівняння дотичної до графіка функції  $f(x) = e^{-2x} + 4$ , яка паралельна прямій  $y = 7 - 2x$ .

169. Знайдіть: 1)  $f'(8)$ , якщо  $f(x) = \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}$ ;

2)  $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ , якщо  $f(x) = e^{\cos x} - e^{\sin x}$ .

**4** 170. Дослідіть функцію і побудуйте схематично її графік:

1)  $f(x) = xe^{-\frac{x}{4}}$ ;

2)  $f(x) = x^4 - 4\ln x$ .

## Відповіді до вправ для повторення розділу 1

11. 1) Спадна; 2) зростаюча. 12. 1) 0,2; 2) 4. 15. 1)  $[2; +\infty)$ ; 2)  $[-3; +\infty)$ .

16. 0,25. 64. 17. 1)  $[0,5; 2]$ ; 2)  $[1; 2,5]$ ; 3)  $\left[4\frac{1}{7}; 5\right]$ ; 4)  $\left[2\frac{1}{3}; 3\right]$ .

18. 1)  $\left((\sqrt{7})^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}} = 7^{1,5}$ ; 2)  $(3-2\sqrt{2})^7 > (3+2\sqrt{2})^{-7,1}$ . 20. 1) -1; 2) 1. 21. 1) 3;

2) 2. 31. 1) 2; 2) 3. 32. 1) 0; 2) 0,2. 33. 1) 3; 2) 2. 34. 1) 2; 2)  $-\frac{2}{3}$ ;

3) -2; 4) 4. 35. 1) 0; 4; 2) 3. 36. 1) 3; 2) 3. 37. 1) 1; 2) 0; 1; 3) -1;

-2; 4) 2. 38. 0; -1. 39. 1) 2; 2) 0. 40. 1) 1; -1; 2) 0; 1. 45. 1)  $(5; +\infty)$ ;

2)  $[2; +\infty)$ . 46. 1)  $(-6; +\infty)$ ; 2)  $(-3; 3)$ ; 3)  $[-1; 4]$ ; 4)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .

47. 1)  $[20; +\infty)$ ; 2)  $(14; +\infty)$ . 48. 1)  $x \leq 2$ ; 2)  $x < -1$ . 49. 1)  $(1; +\infty)$ ;

2)  $[-1; 0]$ . 50. 1)  $x > 0$ ; 2)  $x \leq 0,5$ . 51.  $x \leq 2$ . 52.  $x < 0$ . 53.  $x \geq 2$ .

66. 1) 6; 2) 3. 68. 1) 1; 2) 1,5; 3) -4; 4) 4. 69. 1) -0,4; 2) -0,2; 3) 3,5;

4)  $\frac{1}{6}$ . 71. 1) 1,5; 2) 0,5. 72. 1) 5; 2)  $\frac{4}{49}$ ; 3) 6,25; 4) 12. 73. 1) 0,25; 2) 1,8.

74. 1)  $a + b$ ; 2)  $1 + a$ ; 3)  $2b + a$ ; 4)  $\frac{b}{a}$ . 75. 1)  $\log_3 2$ ; 2) 0;  $\log_2 5$ . 77. 1) 5;

2) 0,5. 78. 1) 0; 2) -0,5. 79. 1) 3; 2) 9; 3) 0,2; 4) 2. 80. 4. 81.  $\frac{2+m}{2(2-m)}$ .

82.  $\log_n m$ . 96. 3; -5. 98. 1)  $\left(\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ ; 2)  $(-2; 5]$ .

100. 1)  $x \neq \pi + 2\pi k$ ;  $k \in \mathbb{Z}$ ; 2)  $(2; 3) \cup (3; 4)$ . 101. 1) 4; 2) 2. 109. 1) Так;

2)  $(7; 1)$ . 110. 1) 8; 2) 16. 111. 1) 2; -2; 2) 25. 112. 1) 4; 2) 3. 113. 1) 2;

2) 1. 114. 1) -1; 2) 1; 3) 1; 4) 9. 115. 1) 13; 3,001; 2) 3;  $\frac{1}{243}$ ; 3) 3;

$1\frac{1}{16}$ ; 4) 0,01; 0,001. 116. 3; 81. 117. 1) 0; 3; 2) 3,5. 118. 3. 119. 31; 1.

120. 1) 8; 0,125; 2) 5. 121. Один. 122. 1) 5; 2) 2. 123. 1) 9; 2) -8. 124. 1;

0,125. 125. 8. 126.  $\frac{1}{625}$ ; 5. 131. 1)  $x \geq -6$ ; 2)  $5 < x < 6$ . 132. 1)  $(-\infty; -2) \cup$

$\cup (1; +\infty)$ ; 2)  $[-1; 0) \cup (2; 3]$ . 133. 1)  $(-1; 2)$ ; 2)  $(2,5; 3]$ .

134. 1)  $\left(0; \frac{1}{3}\right) \cup (27; +\infty)$ ; 2)  $\left(0; \frac{1}{25}\right) \cup (25; +\infty)$ . 135.  $0 < x < 10$ .

136. 1)  $(-5; -4)$ ; 2)  $(9; +\infty)$ . 137. 1)  $(0,25; 16)$ ; 2)  $(0; 0,001] \cup [0,1; +\infty)$ .

138.  $-2$ . 139. 2. 140.  $(0; 3]$ . 141.  $[3; 4) \cup (4; 5) \cup (5; +\infty)$ . 142. 6.

144. 1)  $(2; 0)$ ;  $(0; 2)$ ; 2)  $(1; 2)$ . 145. 1)  $(3; -3)$ ;  $(1; 3)$ . 146. 1)  $(3; 1)$ ;

2)  $(7; 10)$ ;  $(10; 7)$ . 147.  $\left(\frac{1}{3}; 0,25\right)$ . 148. Якщо  $a < 0$ , то розв'яз-

ків немає; якщо  $a = 0$ , то  $x$  – будь-яке число, якщо  $a > 0$ , то  $x \leq -\log_3 a$ . 149. Якщо  $a \leq -1$ , то  $x = \log_5(-a)$ ; якщо  $-1 < a < 0$ , то  $x_1 = \log_5(a + 1)$ ,  $x_2 = \log_5(-a)$ ; якщо  $a \geq 0$ , то  $x = \log_5(a + 1)$ .

150. 1) Якщо  $a < 0$ , то  $x < \log_2\left(-\frac{a}{2}\right)$ ; якщо  $a = 0$ , то розв'язків не-

має; якщо  $a > 0$ , то  $x < \log_2 \frac{a}{4}$ ; 2) якщо  $a < 0$  або  $a = 1$ , то нерів-

ність не має змісту; якщо  $0 < a < 1$ , то  $1 < x < \frac{1 + \sqrt{1 + 4a^2}}{2}$ ; якщо

$a > 1$ , то  $x > \frac{1 + \sqrt{1 + 4a^2}}{2}$ . 151.  $0 < a < \frac{1}{\sqrt[3]{36}}$ . 152. 1)  $a = 12$  або  $a < 0$ ;

2)  $a < -1$  або  $a = -0,75$ . 159. 1) 0;  $-3$ ; 2)  $e^{\frac{1}{4}}$ . 161. 1) 7; 2) 0,25.

163. 1)  $y = 0$ ; 2)  $y = 3x - 3$ . 164. 1) 6; 2) 24.

166. 1)  $\max_{[0;3]} f(x) = f(2) = \frac{4}{e^2}$ ;  $\min_{[0;3]} f(x) = f(0) = 0$ ; 2)  $\max_{[3;0]} f(x) = f(0) = 1$ ;

$\max_{[3;0]} f(x) = f(0) = 1$ ;  $\min_{[3;0]} f(x) = f(-2) = \frac{1}{e^4}$ . 167. 0;  $-4$ . 168.  $y = 5 - 2x$ .

169. 1)  $\frac{1}{12}$ ; 2)  $-1$ .